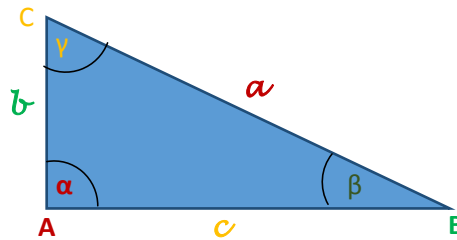


## Uhly v trojuholníku – opakovanie

Vrcholy trojuholníka – označujeme VEĽKÝMI TLAČENÝMI písmenami (A,B,C...)

Strany trojuholníka – sú OPROTI vrcholom – označujeme ich MALÝMI PÍSANÝMI písmenami ( $a, b, c$ )

Vnútorne uhly trojuholníka –  $\alpha, \beta, \gamma$ .



### ➤ Súčet vnútorných uhlov v každom trojuholníku je $180^\circ$

- **Typy uhlov** – ostrý  $< 90^\circ$   
pravý =  $90^\circ$   
tupý  $> 90^\circ$  (ale menej ako  $180^\circ$ )  
priamy =  $180^\circ$   
vypuklý  $> 180^\circ$  (ale menej ako  $360^\circ$ )  
plný =  $360^\circ$

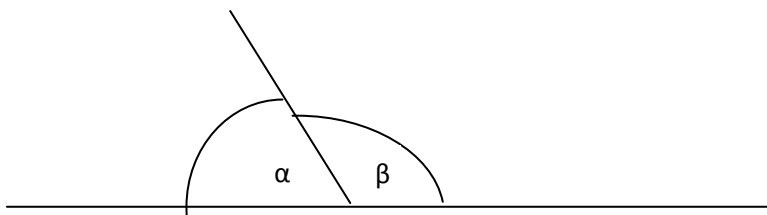
### ➤ Typy trojuholníkov:

- **podľa veľkosti uhlov** - pravouhlý (2 uhly OSTRÉ + 1 uhol PRAVÝ)  
tupouhlý (2 uhly OSTRÉ + 1 uhol TUPÝ)  
ostrouhlý (3 uhly ostré)

(Stačí sa pozrieť na **najväčší** uhol: ak je ostrý, trojuholník je ostrouhlý, ak je pravý, trojuholník je pravouhlý, ak je tupý, trojuholník je tupouhlý)

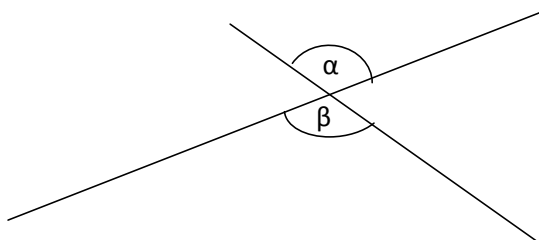
- **podľa veľkosti strán**- rovnostranný (všetky strany sú zhodné)  
rovnoramenný (len 2 strany sú zhodné – RAMENÁ, tretia je iná - ZÁKLADŇA)  
rôznostranný (všetky strany sú rôzne)

### ➤ Susedné uhly – ich súčet je $180^\circ$



Uhol  $\alpha$  má veľkosť  $60^\circ$  a uhol  $\beta$  má veľkosť  $120^\circ$ .

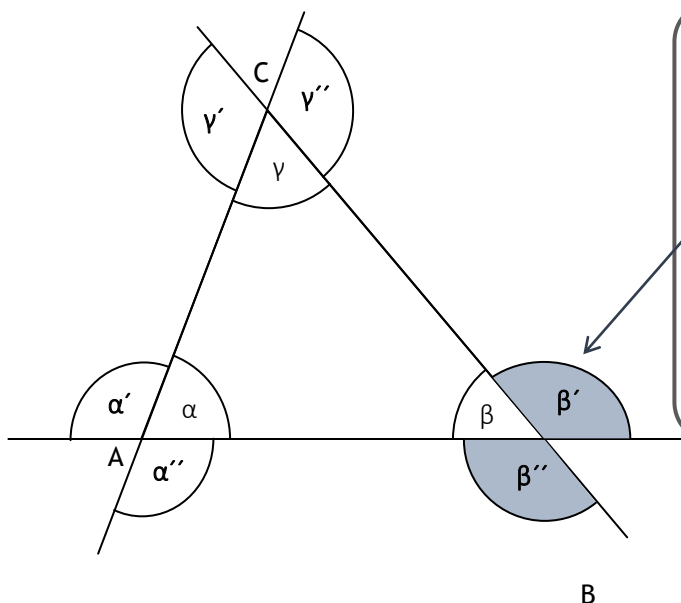
### ➤ Vrcholové uhly – sú zhodné, majú rovnakú veľkosť.... $\alpha = \beta$



## Vnútorne a vonkajšie uhly trojuholníka (nové učivo)

Existujú v trojuholníku aj iné uhly ako vnútorné?

Stačí ak predĺžime všetky jeho strany a uvidíme:



**Pri každom vrchole  $\triangle$  sú 2 vonkajšie uhly.**

vrchol A - uhly  $\alpha'$  a  $\alpha''$

(čítame alfa s čiarou a alfa s dvomi čiarami)

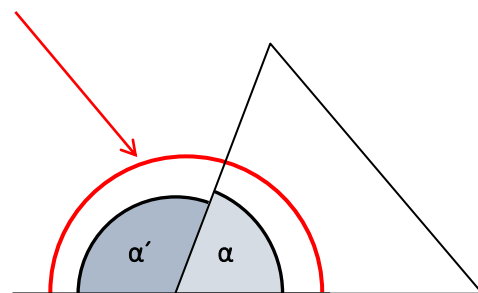
**Vonkajšie uhly pri tom istom vrchole sú zhodné:**

$\alpha' = \alpha''$ ,  $\beta' = \beta''$ ,  $\gamma' = \gamma''$  (sú to vrcholové uhly)

**Súčet vnútorného a vonkajšieho uhla pri jednom vrchole je  $180^\circ$ :**

$\alpha + \alpha' = 180^\circ$ ,  $\beta + \beta' = 180^\circ$ ,  $\gamma + \gamma' = 180^\circ$

Vonkajší uhol je susedný k vnútornému uhlu.



### Riešená úloha :

V  $\triangle ABC$  je veľkosť uhla vnútorného uhla  $\alpha = 40^\circ$

a veľkosť vonkajšieho uhla  $\beta' = 105^\circ$ .

Vypočítajte veľkosti ostatných vnútorných a vonkajších uhlov v  $\triangle$ .

Ku každej úlohe si najskôr urobíme **náčrt voľnou rukou** a ceruzkou, najskôr vyznačíme uhly, ktoré sú dané a potom uhly, ktoré máme vypočítať.

Do náčrtu kreslíme ku každému vrcholu iba **1 vonkajší uhol**.

Našou úlohou je vypočítať veľkosti 4 uhlov:

#### **1. uhol $\alpha'$ :**

$$\alpha = 40^\circ$$

$$\alpha' = ?$$

$$\alpha + \alpha' = 180^\circ \quad (\text{susedné uhly})$$

$$40^\circ + \alpha' = 180^\circ$$

$$\alpha' = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha' = 140^\circ}}$$

#### **2. uhol $\beta$ :**

$$\beta' = 105^\circ$$

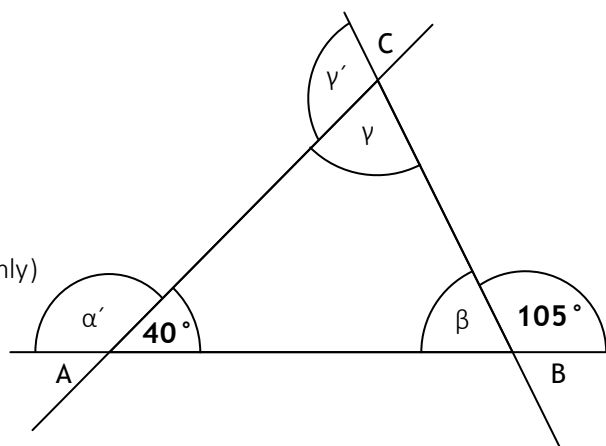
$$\beta = ?$$

$$\beta + \beta' = 180^\circ \quad (\text{susedné uhly})$$

$$\beta + 105^\circ = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta = 75^\circ}}$$



**3. uhol  $\gamma$ :** (tento uhol vypočítame ako tretí vnútorný

$\alpha = 40^\circ$  uhol  $\triangle$ , ak poznám 2 zvyšné uhly  $\alpha$  a  $\beta$ )

$$\beta = 75^\circ$$

$$\gamma = ?$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$40^\circ + 75^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$115^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 65^\circ}}$$

**Zhrnutie:** Najskôr sme vypočítali chýbajúce vnútorné alebo vonkajšie uhly, potom 3. vnútorný uhol  $\triangle$  a na záver posledný vonkajší uhol.

**Riešená úloha so stupňami a minútami:**

V  $\triangle ABC$  poznáme uhly  $\alpha = 38^\circ 45'$ ,  $\gamma' = 102^\circ$ .

Vypočítate veľkosti ostatných vonkajších a vnútorných uhlov trojuholníka.

**1. uhol  $\alpha'$ :**

$$\alpha = 38^\circ 45'$$

$$\alpha' = ?$$

$$\alpha + \alpha' = 180^\circ$$

$$38^\circ 45' + \alpha' = 180^\circ \quad 179^\circ 60'$$

$$\alpha' = 180^\circ - 38^\circ 45' \quad \underline{\underline{-38^\circ 45'}}$$

$$\underline{\underline{\alpha' = 141^\circ 15'}}$$

**2. uhol  $\gamma$ :**

$$\gamma' = 102^\circ$$

$$\gamma = ?$$

$$\gamma + \gamma' = 180^\circ$$

$$\gamma + 102^\circ = 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 102^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 78^\circ}}$$

**3. uhol  $\beta$ :**

$$\alpha = 38^\circ 45'$$

$$\gamma = 78^\circ$$

$$\beta = ?$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$38^\circ 45' + \beta + 78^\circ = 180^\circ \quad \beta = 180^\circ - 63^\circ 15' \quad 179^\circ 60'$$

$$116^\circ 45' + \beta = 180^\circ \quad 179^\circ 60' \quad \underline{\underline{-63^\circ 15'}}$$

$$\beta = 180^\circ - 116^\circ 45' \quad \underline{\underline{-116^\circ 45'}}$$

$$\underline{\underline{\beta = 63^\circ 15'}}$$

**4. uhol  $\beta'$ :**

$$\beta = 63^\circ 15'$$

$$\beta' = ?$$

$$\beta + \beta' = 180^\circ$$

$$63^\circ 15' + \beta' = 180^\circ \quad 179^\circ 60'$$

$$\beta' = 180^\circ - 63^\circ 15' \quad \underline{\underline{-63^\circ 15'}}$$

$$\underline{\underline{\beta' = 116^\circ 45'}}$$

**4. uhol  $\gamma'$ :**

$$\gamma = 65^\circ$$

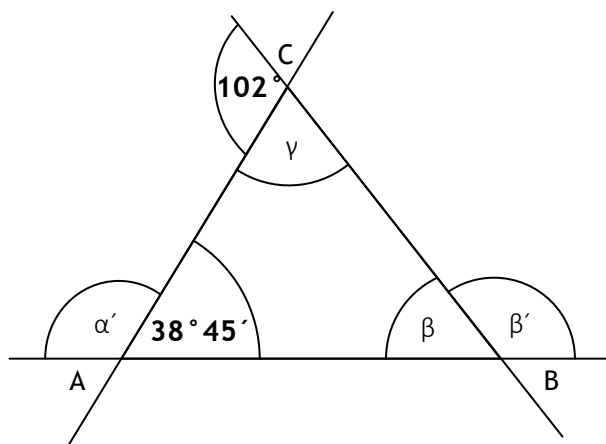
$$\gamma' = ?$$

$$\gamma + \gamma' = 180^\circ \text{ (susedné uhly)}$$

$$65^\circ + \gamma' = 180^\circ$$

$$\gamma' = 180^\circ - 65^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma' = 115^\circ}}$$



Pozrite si k tomu aj prezentáciu s názvom [K9 Uhly trojuholníka](#) (je na stránke školy).

## Domáca úloha K9:

## Vonkajšie a vnútorné uhly trojuholníka

1. Môžu byť dané uhly uhlami trojuholníka? Ak áno, napíšte typ trojuholníka (podľa veľkosti uhlov).

- a)  $50^\circ; 60^\circ; 75^\circ$  Áno – Nie, typ:..... b)  $60^\circ; 60^\circ; 60^\circ$  Áno – Nie, typ:.....  
c)  $120^\circ; 45^\circ; 15^\circ$  Áno – Nie, typ:..... d)  $90^\circ; 50^\circ; 40^\circ$  Áno – Nie, typ:.....  
e)  $105^\circ 5'; 33^\circ 1'; 44^\circ 4'$  Áno – Nie, typ:..... f)  $40^\circ 30'; 90^\circ; 49^\circ 30'$  Áno – Nie, typ:.....

2. Dopočítajte tretí uhol v trojuholníku.

- a)  $50^\circ; 45^\circ 20'; ?$  ..... b)  $?; 42^\circ 38'; 55^\circ 12'$  ..... c)  $45^\circ; ?; 45^\circ$  .....

3. Vytvorte správne dvojice trojuholníkov a jeho vnútorných uhlov:

- |                          |                                   |
|--------------------------|-----------------------------------|
| a. Tupouhlý trojuholník  | 1) $90^\circ; 37^\circ; 53^\circ$ |
| b. Pravouhlý trojuholník | 2) $42^\circ; 90^\circ; 38^\circ$ |
| c. Ostrouhlý trojuholník | 3) $48^\circ; 62^\circ; 70^\circ$ |
| d. Nie je trojuholník    | 4) $39^\circ; 46^\circ; 95^\circ$ |

Odpoveď: .....

4. Zistite pravdivosť viet:

- |   |           |
|---|-----------|
| a. V pravouhlom trojuholníku sú dva tupé uhly.            | ANO – NIE |
| b. Tupouhlý trojuholník má jeden uhol pravý.              | ANO – NIE |
| c. Trojuholník s ostrými uhlami je ostrouhlý.             | ANO – NIE |
| d. Pravouhlý trojuholník má jeden uhol priamy.            | ANO – NIE |
| e. Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je $360^\circ$ . | ANO – NIE |
| f. Vonkajší a vnútorný uhol tvoria spolu susedné uhly.    | ANO – NIE |

5. Vypočítajte veľkosti ostatných vonkajších a vnútorných uhlov trojuholníka ABC, keď poznáme veľkosť týchto uhlov (vnútorné uhly sú  $\alpha, \beta, \gamma$ , vonkajšie uhly sú  $\alpha', \beta', \gamma'$ ):

- a.  $\gamma = 58^\circ; \beta = 72^\circ$

Odpoveď:  $\alpha =$  .....;  $\alpha' =$  .....;  $\beta' =$  .....;  $\gamma' =$  .....

- b.  $\alpha' = 74^\circ; \gamma = 38^\circ$

Odpoveď:  $\alpha =$  .....;  $\beta =$  .....;  $\beta' =$  .....;  $\gamma' =$  .....